Tentamen Vectoranalyse April 2005

Zet op elk vel je naam en student nummer. Gebruik voor elke som aparte vellen. De nummers tussen de haakjes geven het aantal punten aan voor die som. Het cijfer wordt gegeven door

$$\text{Cijfer} = 1 + \frac{\#}{4}.$$

I) a) (6) Laat F een differentieerbaar vectorveld op $\mathbb{R}^3$ zijn met

$$\text{curl}(F) = 0.$$

Bewijs dat er een differentieerbare functie $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ bestaat zodanig dat

$$F = \nabla f.$$

b) (4) Het vectorveld F op $\mathbb{R}^3$ is gedefinieerd door

$$F(x, y, z) = (yz\cos(x), z\sin(x), y\sin(x))$$

Bepaal een functie $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ zodanig dat $F = \nabla f$.

II) Laat $f, g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gedefinieerd zijn door

$$f(x, y) = x^2 - y$$

and

$$g(x, y) = x^2 + y^2 - 1.$$

a)(4) Bepaal de kandidaten voor extreme waarden van f onder de conditie $g = 0$.

b)(4) Gebruik de Hessianen van f and g om het type van de kandidaten
te bepalen.

z.o.z

III) (6) Laat het vectorveld F op $\mathbb{R}^3$ gedefinieerd zijn door

$$F(x,y,z) = (-2xyze^{-x^2}, ze^{-x^2}, ye^{-x^2}).$$

and laat de cirkel C gedefinieerd zijn door

$$C = \{(x,y,z) | x^2 + z^2 = 1, y = 3\}.$$

Bepaal

$$\int_C F \cdot ds$$

Hint: beschouw de rand van de cilinder

$$\text{Cil} = \{(x,y,z) | x^2 + z^2 = 1, 0 \le y \le 3\}.$$

IV) Beschouw het gedeelte $S \subset \mathbb{R}^3$ van een kegel beschreven door

$$z + \sqrt{x^2 + y^2} = 1,$$
$$0 \le z \le \frac{1}{2}.$$

a) (4) Geef een parametrisering voor dit oppervlak.

b) (4) Bepaal het oppervlak van S.

c) (4) Bepaal een vergelijking van het raakvlak aan S in het punt

$$(\frac{3}{8}\sqrt{2}, \frac{3}{8}\sqrt{2}, \frac{1}{4})$$